

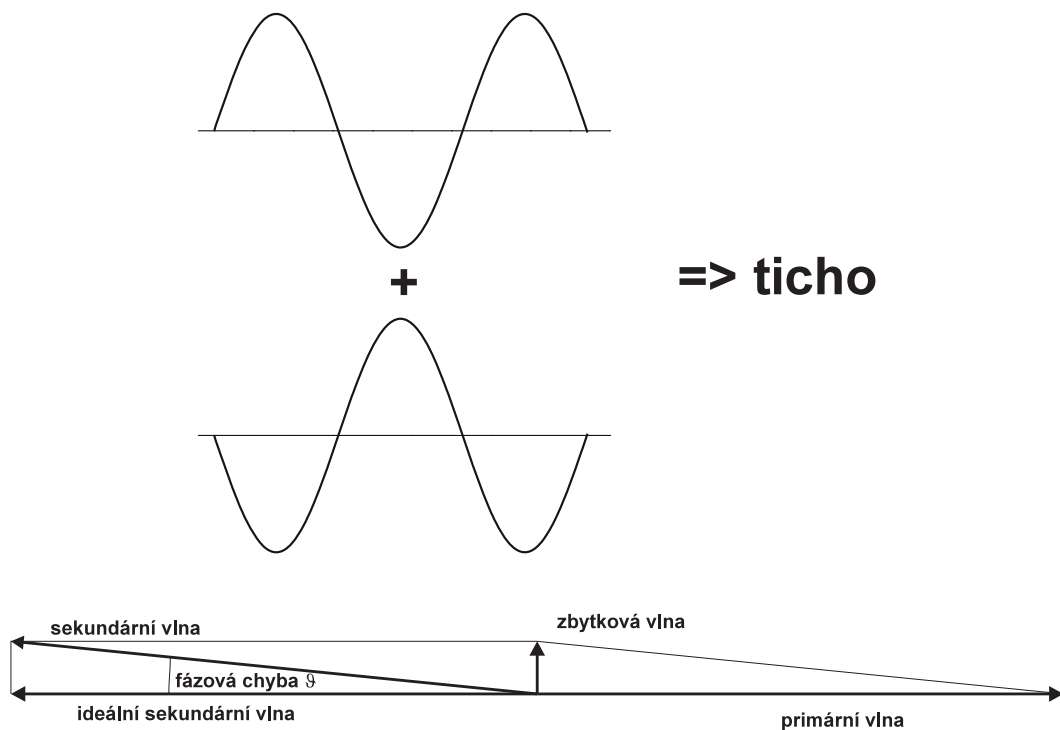
Aktivní metody v akustice

Ondřej Jiříček

letní semestr 2000/2001

Dotazy a připomínky na adresu jiricek@fel.cvut.cz

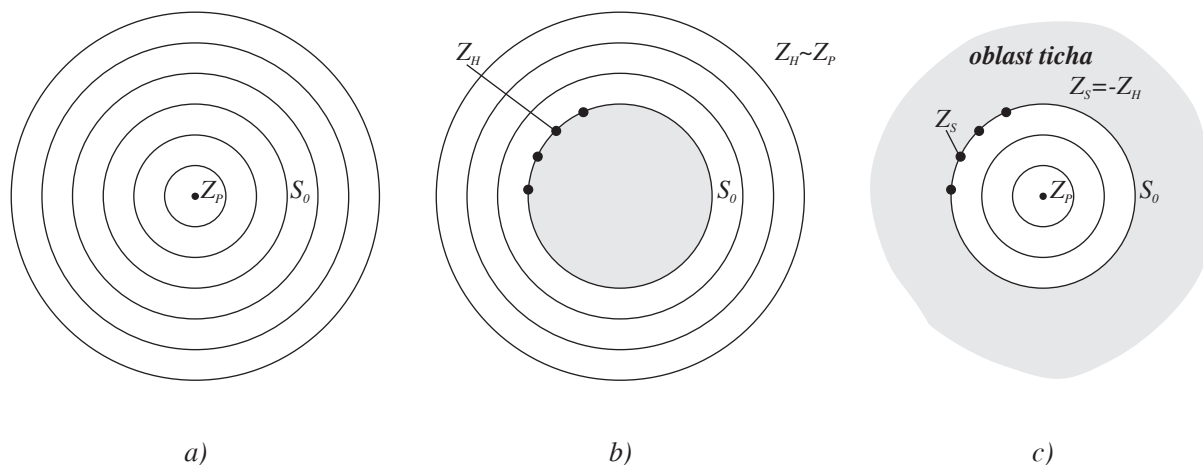
Aktivní řízení zvuku - Interference vln



$$\text{Útlum } 20 \text{ dB} \Rightarrow \vartheta \leq 4,7^\circ$$

$$\text{Útlum } 30 \text{ dB} \Rightarrow \vartheta \leq 2,8^\circ$$

Huygensův princip - M. J. M. Jessel 1966



H. Olson 50-tá léta - lokální tlumiče

Oblasti aktivního řízení zvuku

- Jednorozměrná zvuková pole - zvukuvody, potrubí
- Malé uzavřené prostory - globální řízení - potlačování módů
- Velké prostory, volné pole
 - lokální řízení (snižování hluku)
 - globální řízení - akustická vazba
- Aktivní řízení vibrací - Změny účinnosti vyzařování akustické energie

Hlavní aplikace

- Potrubí - tlumiče
- Tlumení hluku ventilátorů
- Tlumení hluku transformátorů
- Převodovky
- Aktivní protihlukové bariéry
- Aktivní absorbéry
- Vniřní hluk automobilů
- Vnitřní hluk letadel a vrtulníků
- Aktivní chrániče sluchu
- Tlumení kmitání (budovy, nosné konstrukce ...)

Aktivní metody

1. Výhody

- Účinné na nízkých frekvencích
- Malé rozměry

2. Nevýhody

- Nutná údržba
- Cena za pořízení a provoz
- Nevhodné pro vysoké frekvence
- Jen pro některé typy zdrojů

Pasivní metody

1. Výhody

- Při vhodné konstrukci velmi trvanlivé
- Obvykle nevyžaduje údržbu
- Velký výběr materiálů a variant

2. Nevýhody

- Malá účinnost na nízkých frekvencích
- Prostorově náročné
- Účinnost je omezena fyzikálními vlastnostmi použitých materiálů
- Hygienické problémy

Fyzikální princip ANC v potrubí

Jednorozměrné vlny v potrubí bez proudění

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) p = 0$$

$$p(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx)} + Be^{i(\omega t + kx)}, \quad k = \omega/c_0$$

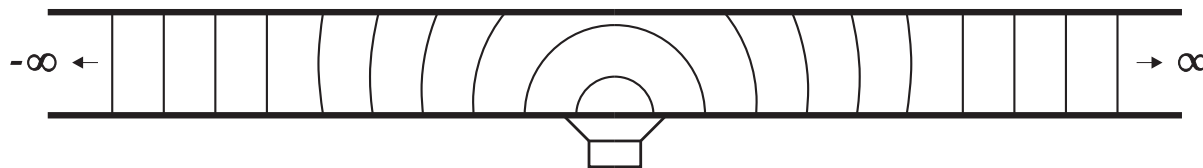
S prouděním o rychlosti U

$$D/Dt = \partial/\partial t + U \partial/\partial x$$

$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) p = 0$$

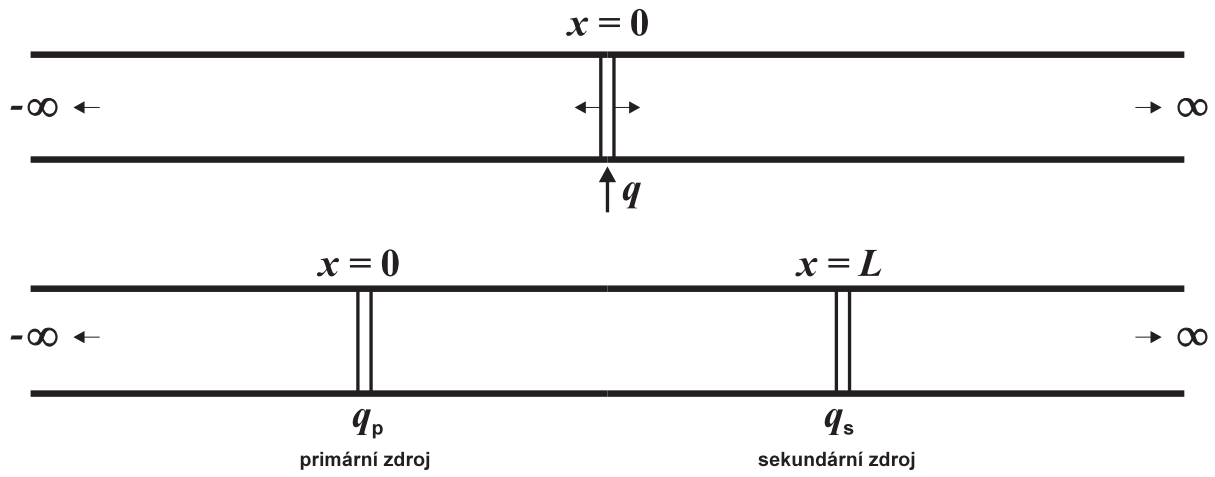
$$p(x, t) = Ae^{i(\omega t - \omega x/(c_0 + U))} + Be^{i(\omega t + \omega x/(c_0 - U))}.$$

Proudění lze obvykle zanedbat



Podmínka pro jednorozměrné vlny v potrubí

$$\lambda > 1,7d, \text{ resp. } \lambda > 2h$$



$$q(t) = Ae^{i\omega t} \quad v_+ = \frac{q}{2S}, \quad v_- = -\frac{q}{2S}, \quad v(x) = \frac{q}{2S}e^{-ik|x|}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t}, \quad p = \rho_0 c_0 v, \quad p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q e^{-ik|x|}$$

$$p_p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_p e^{-ik|x|}$$

$$p_s(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_s e^{-ik|x-L|}$$

$$p(x) = p_p(x) + p_s(x)$$

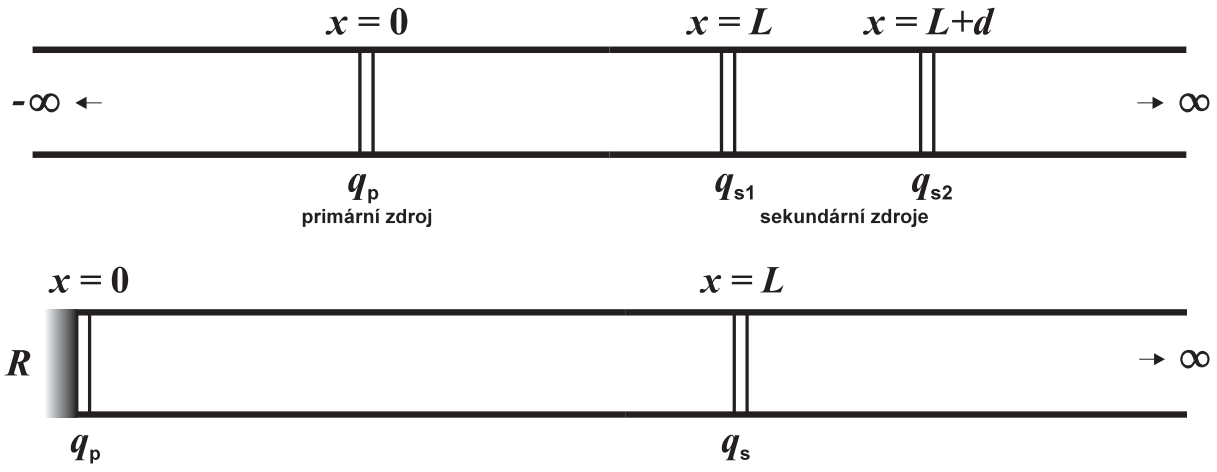
$$p(x) = 0, \quad \text{pro } x > L$$

$$\frac{\rho_0 c_0}{2S} q_p e^{-ikx} + \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_s e^{-ik(x-L)} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_s = -q_p e^{-ikL}$$

$$p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_p e^{-ikL} \left(e^{ik(L-x)} - e^{-ik(L-x)} \right), \quad 0 < x < L$$

$$p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_p e^{ikx} \left(1 - e^{-i2kL} \right), \quad x < 0$$

$$kL = n\pi \quad \Leftrightarrow \quad L = n\lambda/2 \quad \Rightarrow \quad p(x) = 0, \quad x < 0$$



$$p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_p e^{-ikx} + \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_{s1} e^{-ik(x-L)} + \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_{s2} e^{-ik(x-(L+d))}, \quad x > L + d$$

$$q_{s1} = -q_{s2} e^{-ikd}, \quad q_{s2} = -q_p \frac{e^{-ikL}}{2i \sin kd}$$

$$p_p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} q_p e^{-ikx} (1 + R)$$

$$p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} \left[q_p (1 + R) + q_s \left(e^{ikL} + R e^{-ikL} \right) \right] e^{-ikx}, \quad x > L$$

$$p(x) = \frac{\rho_0 c_0}{2S} \left[q_p (1 + R) e^{-ikx} + q_s \left(e^{-ik(L-x)} + R e^{-ik(L+x)} \right) \right], \quad 0 < x < L$$

$$q_s = -q_p \frac{1 + R}{e^{ikL} + R e^{-ikL}}$$

$$R = 1, \quad q_s = -\frac{q_p}{\cos(kL)}$$

$$f = \frac{c_0(2n+1)}{4L}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow q_s \rightarrow \infty$$

1 Strategie snižování hluku šířeného potrubím

V předcházející kapitole byla shrnuta některá uspořádání zdrojů zvuku ve zvukovodu konstantního průřezu. Pro každou variantu jsme odvodili požadavek na objemovou rychlost sekundárního zdroje a tím i na akustický tlak sekundárním zdrojem způsobený. V této kapitole budou prodiskutovány strategie, pomocí kterých se získává signál pro sekundární zdroj. Všechny úvahy vycházejí z potřeb systémů pro potlačování hluku v potrubích a zvukovodech pod mezní frekvencí, avšak většina principů má širší platnost.

Strategie, které vedou k potlačení zvuku (obvykle hluku) v nějaké oblasti potrubí, můžeme rozdělit do dvou základních skupin podle toho, odkud se bere signál, který je po zpracování přiveden k sekundárnímu zdroji. Tyto strategie budeme především pro nejednoznačnost překladu nazývat jejich anglickými názvy.

V rámci odvození a úvah v této kapitole budeme předpokládat, že jednotlivé prvky systému (řídící člen, měniče, akustická část) jsou lineární a platí tedy princip superpozice.

1.1 „Feedforward“ strategie

Tuto strategii použil už Paul Lueg ve svém patentu v roce 1936 a její schéma je znázorněno na obr. 1. Referenční signál $x(t)$, který přináší informaci o hluku, je přiveden do řídicího členu, kde je upraven tak, aby objemová rychlost dodávaná sekundárním zdrojem do zvukovodu odpovídala požadavkům odvozeným v předchozí kapitole. Chybový mikrofon snímá výsledné zvukové pole a obvykle poskytuje potřebný signál pro nastavení řídicího členu.

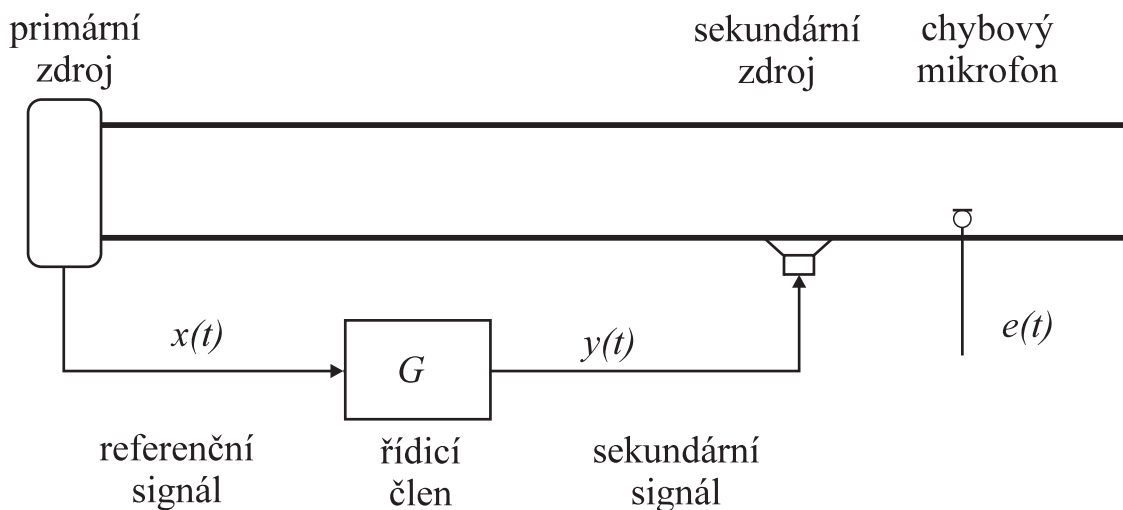


Figure 1: Jednoduchý „feedforward“ systém.

1.1.1 Referenční signál

Z obrázku 1 není zřejmé, jakým způsobem je získáván referenční signál. Na tom však závisí jak náhradní schéma celého elektroakustického systému, tak další postup, a proto se tím zabýváme podrobněji.

Optimální referenční signál není nijak ovlivněn dalším fungováním systému a představme si jej např. jako signál získaný na svorkách reproduktoru, který je primárním zdrojem zvuku. Tato varianta se zdá být vhodná snad pouze pro experimenty s aktivním snižováním zvuku, avšak Conover, který již v roce 1956 experimentoval s aktivním potlačováním hluku transformátorů, ji úspěšně použil v praxi, neboť hluk transformátorů má charakteristické tónové složky dané násobky síťové frekvence. Jednotlivé tónové složky nebylo obtížné analogově separovat a pak každou zvlášť patřičně fázově otočit a zesílit [7, 9].

Druhým příkladem může být potlačování frekvenčních složek harmonických k frekvenci otáček nějakého stroje. Tyto otáčky je možno snímat opticky a dále zpracovávat jako elektrický signál, který již není ovlivněn dalším děním v systému (např. zvukem pocházejícím od sekundárního zdroje). Tento způsob byl úspěšně použit např. pro potlačování hluku ventilátorů [17, 27, 29].

Je-li systém možno schématicky znázornit pomocí obr. 1 a referenční signál je nezávislý, pak systém lze znázornit náhradním schématem podle obr. 2. Frekvenční odezva chybové cesty $C(i\omega)$ je definována jako

$$C(i\omega) = \left(\frac{E(\omega)}{Y(\omega)} \right)_{D=0}, \quad (1)$$

tj. za předpokladu, že signál $D(\omega)$ je nulový. Zahrnuje v sobě frekvenční odezvu A/D a D/A převodníků, analogových filtrů, elektroakustických měničů a akustické cesty od sekundárního zdroje k chybovému mikrofonu. Frekvenční odezva primární cesty $P(i\omega)$ v sobě zahrnuje přenos mezi referenčním signálem a akustickým signálem vyzářeným primárním zdrojem, akustickou cestu a frekvenční odezvu chybového mikrofonu a jeho analogových částí. Velká písmena zde značí Fourierovy obrazy odpovídajících časových průběhů.

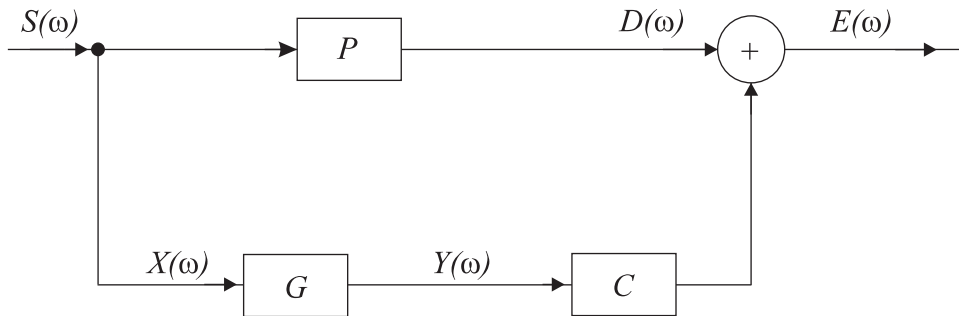


Figure 2: Náhradní schéma jednoduchého „feedforward“ systému.

Signál přicházející z chybového mikrofonu (nebo jiného senzoru) je pak dán vztahem

$$E(\omega) = D(\omega) + G(i\omega)C(i\omega)X(\omega). \quad (2)$$

Uvážíme-li, že platí

$$D(\omega) = P(i\omega)S(\omega) \quad (3)$$

a pro systém bez šumu také

$$X(\omega) = S(\omega), \quad (4)$$

pak chybový signál je dán vztahem

$$E(\omega) = [P(i\omega) + G(i\omega)C(i\omega)]S(\omega). \quad (5)$$

Z požadavku nulového chybového signálu $E(\omega) = 0$, který odpovídá potlačení zvuku v místě chybového snímače, snadno odvodíme požadavek na frekvenční odezvu řídicího členu

$$G(i\omega) = -\frac{P(i\omega)}{C(i\omega)}. \quad (6)$$

1.1.2 Zpětná vazba

V předchozím odstavci jsme předpokládali, že máme k dispozici referenční signál $x(t)$, který je korelovaný s primárním zdrojem a jinak je zcela nezávislý na fungování systému. Takovýto signál je až na některé již zmíněné a jim podobné případy nedostupný¹. Referenční signál je snímán měničem (nejčastěji mikrofonom), umístěným v blízkosti primárního zdroje. Takový systém je znázorněn na obr. 3.

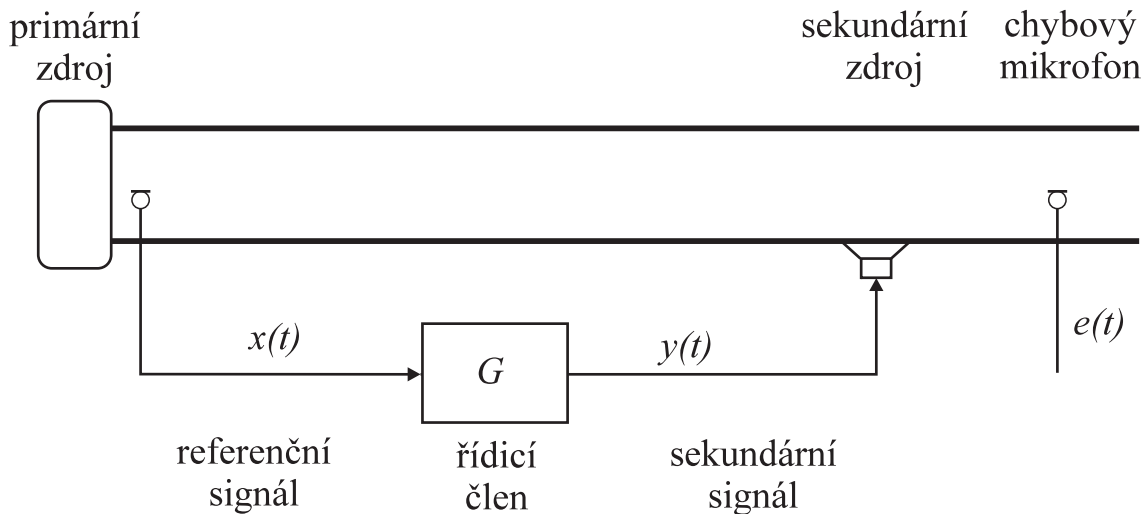


Figure 3: „Feedforward“ systém, který získává referenční signál pomocí mikrofónu

Hlavním rozdílem proti systému uvažovanému v minulém odstavci je skutečnost, že referenční mikrofón nesnímá jen signál z primárního zdroje, ale také signál ze sekundárního zdroje. Je zde tedy zpětná vazba charakterizovaná frekvenční odezvou $F(i\omega)$, která může mít na fungování systému negativní dopad. Náhradní schéma odpovídající takovému systému je znázorněno na obr. 4.²

V tomto schématu je oproti jednodušší variantě zobrazené na obr. 2 znázorněn kromě zpětné vazby od sekundárního zdroje k referenčnímu mikrofónu také vliv šumu na obou snímačích. Signál přiváděný referenčním mikrofónem do řídicího členu je popsán vztahem

$$X(\omega) = S(\omega) + F(i\omega)Y(\omega) + N_1(\omega), \quad (7)$$

¹Zajímavou variantou získávání nezávislého širokopásmového referenčního signálu vynašel Dines, který zjistil, že fluktuace intenzity světla plamene hořáku vhodné vlnové délky jsou korelované s akustickým tlakem generovaným tímto plamenem [7].

²Zpětná vazba je v tomto schématu připojena před přenosovou funkcí C , která charakterizuje přenos od výstupu řídicího členu k výstupu chybového mikrofónu. V některé literatuře je počátek zpětné vazby znázorňován za tímto článkem. Ve skutečnosti je však někde uprostřed, avšak za předpokladu LTI systému jsou výsledky analýzy shodné.

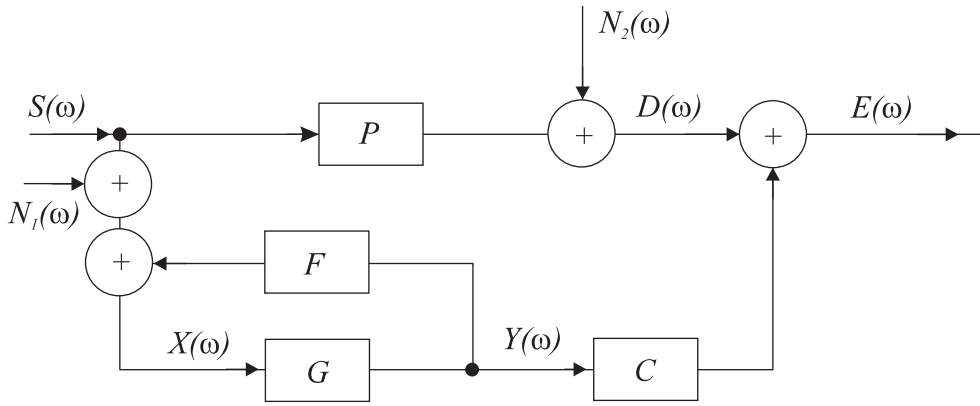


Figure 4: Náhradní schéma „feedforward“ systému se zpětnou vazbou.

kde $N_1(\omega)$ je šum na referenčním snímači. Výstup z chybového snímače je popsán vztahem

$$E(\omega) = P(i\omega)S(\omega) + C(i\omega)Y(\omega) + N_2(\omega), \quad (8)$$

kde $N_2(\omega)$ je šum na chybovém mikrofону.

Uvažujme nejprve pouze zpětnou vazbu. Ve vztazích (7) a (8) tedy chybí šumové členy. Dosazením $Y(\omega) = G(i\omega)X(\omega)$ do těchto vztahů získáme

$$X(\omega) = \frac{S(\omega)}{1 - F(i\omega)G(i\omega)} \quad (9)$$

a odtud

$$E(\omega) = S(\omega) \left[P(i\omega) + \frac{C(i\omega)G(i\omega)}{1 - F(i\omega)G(i\omega)} \right]. \quad (10)$$

Požadujeme-li nulový chybový signál, pak frekvenční odezva řídicího systému musí být dána vztahem

$$G(i\omega) = -\frac{P(i\omega)}{C(i\omega) - P(i\omega)F(i\omega)}, \quad (11)$$

který při nulové zpětné vazbě přejde na vztah (6).

Stabilita systému může být zkoumána pomocí poměru $E(\omega)/S(\omega)$, který snadno získáme z rovnice (10). Odtud vidíme, že obtíže se stabilitou nastanou pro

$$1 - F(i\omega)G(i\omega) = 0. \quad (12)$$

Pro další analýzu je vhodné zavést zdánlivý řídicí člen, do kterého je zahrnut zpětnovazební člen a je tedy definován vztahem

$$H(i\omega) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)} = \frac{G(i\omega)}{1 - G(i\omega)F(i\omega)}, \quad (13)$$

kde $U(\omega) = S(\omega) + N_1(\omega)$ je zašuměný signál na vstupu referenčního snímače. Skutečná frekvenční odezva řídicího členu je se zdánlivým pak svázána vztahem

$$G(i\omega) = \frac{H(i\omega)}{1 + F(i\omega)H(i\omega)}. \quad (14)$$

Výsledkem zavedení zdánlivého řídicího členu je schéma shodné se schématem podle obr. 2 s tím, že na místě filtru $G(\omega)$ je zdánlivý filtr $H(\omega)$.

Cílem je minimalizovat střední kvadratickou hodnotu chybového signálu, která však již vzhledem k šumu nemusí být nulová a je reprezentována výkonovou spektrální hustotou

$$S_{ee}(\omega) = E[E^*(\omega)E(\omega)], \quad (15)$$

kde $E[\]$ je operátor střední hodnoty a $*$ značí komplexní doplněk.

Zavedením výkonových spektrálních hustot signálu a šumu $S_{ss}(\omega)$ a $S_{n_1n_1}(\omega)$ do vztahů pro optimální řídicí člen se dá dokázat skutečnost, že na nastavení takového řídicího členu má vliv pouze šum na referenčním snímači [7, 15]. Definujeme-li poměr signál/šum $SNR(\omega)$ (z anglického signal-to-noise ratio) pro referenční signál jako

$$SNR(\omega) = \frac{S_{ss}(\omega)}{S_{n_1n_1}(\omega)}, \quad (16)$$

pak optimální zdánlivý řídicí člen bude mít frekvenční odezvu dānu vztahem [7]

$$H_{opt}(i\omega) = -\frac{SNR(\omega)}{1 + SNR(\omega)} \frac{P(i\omega)}{C(i\omega)}. \quad (17)$$

Tento vztah při výkonu šumu N_1 jdoucímu k nule přejde na vztah (6). Frekvenční odezvu skutečného řídicího členu pak získáme pomocí vztahu (14).

Takto určený optimální řídicí člen ještě nemusí jít zkonstruovat, výsledný filtr může být nekauzální. Výpočet výkonových spektrálních hustot navíc předpokládā stacionārní signāly, což je, zejména pokud potřebujeme tlumit obecné šumy, další omezení.

1.2 „Feedback“ strategie

Tato strategie je známā z elektrotechniky a pro ANC ji poprvé použili Olson a May (1953) ve svém elektronickém absorběru zvuku, který byl plánován pro snižování hluku v okolí hlavy pasažěra v letadle nebo automobilu. Uvažovali také její využití v oblasti pracovního hluku. Další aplikací, o které Olson a May uvažovali, bylo snižování hluku vyzařovaného z výfuku automobilu nebo klimatizační soustavy.

Zde si uvedeme pro ilustraci variantu aktivního tlumiče v potrubí, který je znāzorněn na obr. 5. V tomto systému je řídicí prvek G nastavován tak, aby se minimalizovala výkonovā spektrální hustota na mikrofonu, který plní ůlohu jak chybového, tak referenčního mikrofonu.

Nāhradnĭ schéma takovéhoto systému je znāzorněno na obr. 6, kde C je přenosovā funkce (resp. frekvenční odezva) mezi vstupem reproduktoru a vĭstupem mikrofonu a zahrnuje v sobě jak elektroakustické vlastnosti obou mēničŭ, tak akustickĭ přenos mezi nimi. Cesta od vstupu reproduktoru po vĭstup mikrofonu se nazĭvā sekundārnĭ nebo chybovā cesta (mikrofon plnĭ i funkci chybového mikrofonu).

Chybovĭ signāl je pak dān vztahem

$$E(\omega) = D(\omega) \frac{1}{1 - G(i\omega)C(i\omega)}. \quad (18)$$

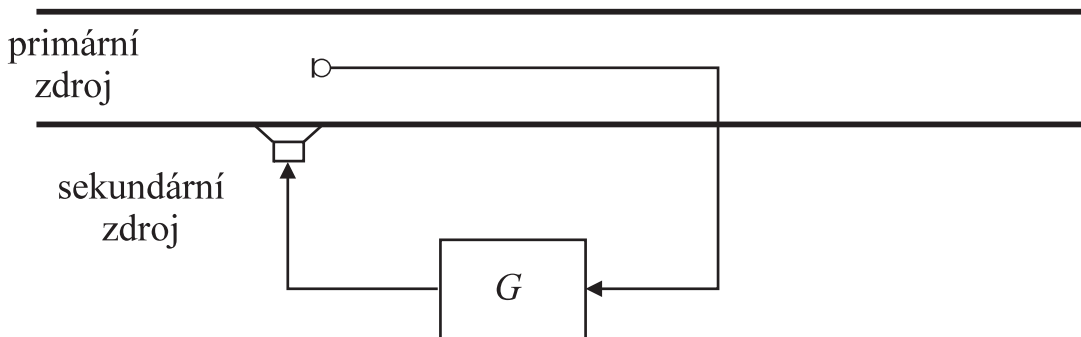


Figure 5: „Feedback“ systém v potrubí

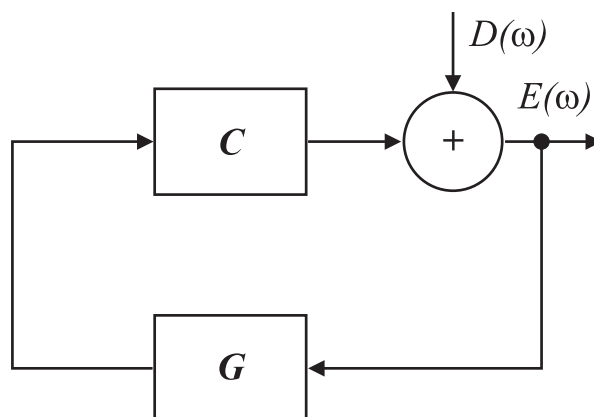


Figure 6: Náhradní schéma „feedback“ systému

Předpokládáme-li, že primární signál je náhodný signál s výkonovou spektrální hustotou $S_{dd}(\omega)$, výkonová spektrální hustota chybového signálu bude dána vztahem

$$S_{ee}(\omega) = S_{dd}(\omega) \frac{1}{|1 - G(i\omega)C(i\omega)|^2}. \quad (19)$$

Chceme-li dosáhnout maximálního potlačení, potřebujeme minimální $S_{ee}(\omega)$ a tedy maximální hodnotu jmenovatele $|1 - G(i\omega)C(i\omega)|^2$.

Pokud by sekundární cesta měla frekvenční odezvu $C(i\omega)$ bez fázového posuvu a relativně hladkou, frekvenční odezva řídicího prvku by byla dána vztahem $H(i\omega) = -A$, tj. vhodně zesílený signál otočený o 180° . To lze poměrně snadno realizovat pomocí invertujícího zesilovače. Avšak především klasické reproduktory vnášejí do sekundární cesty fázový posuv (zejména v blízkosti jejich rezonanční frekvence) a akustická část sekundární cesty přidává rostoucí fázi s rostoucí frekvencí. Frekvenční odezva sekundární cesty proto bude vždy obsahovat fázový posuv. Přiblíží-li se fázový posuv 180° záporná zpětná vazba se změní na kladnou a systém může být nestabilní. Tento nedostatek je možno do jisté míry kompenzovat pomocí vhodného kompenzačního filtru.

Jak vyplývá z předchozího, systém podle obr. 5 lze poměrně snadno realizovat analogově a dodnes se stavějí systémy s analogovou řídicí jednotkou. Nejznámější dnes už komerčně dostupnou realizací jsou aktivní chrániče sluchu a tlumiče hluku v podhlavníku sedadel. Ty dnes dosahují snížení akustického tlaku o 10-15 dB pro frekvence od 30 do 500 Hz [11].

„Feedback“ strategie pro potlačování hluku v potrubí se dnes používá nejčastěji ve formě hybridních absorbérů, které spojují pasivní tlumiče s aktivním prvkem. Ty mohou být na bázi analogových zpětnovazebních obvodů (např. [18]) nebo digitální. V případě digitálního provedení je třeba mít na paměti, že přenosová funkce C v sobě zahrnuje také přenos nezbytných antialiasingových filtrů a převodníků.

2 Adaptivní řídicí systém pro ANC

V předcházející kapitole jsme si uvedli dvě základní strategie užívané při aktivním snižování hluku (ANC). Ve všech případech je snahou získat optimální řídicí člen, který se vyznačuje tím, že v místě chybového mikrofonu je minimální (pokud možno nulové) zvukové pole. U feedback strategie jsme zmínili také možnost analogové realizace systému. I feedforward strategie připouští analogovou realizaci, avšak v dnešní době se díky bouřlivému rozvoji digitální techniky a zejména signálových procesorů většina řídicích členů realizuje digitálně.

Digitální řídicí člen má proti analogovému řadu výhod. Adaptace na změny systému probíhá v signálovém procesoru (DSP) současně s filtrací a koeficienty filtrů lze snadno inovovat. Přesnost výpočtů je obvykle vyšší než přesnost ostatního zpracování a proto nezanáší do systému žádnou významnou chybu. DSP jsou velmi stabilní v porovnání s analogovými částmi systému. Nevýznamný není ani prudký pokles ceny procesorů v posledních letech.

V digitálním provedení je řídicí člen digitální filtr. Tento text si neklade za cíl zabývat se principy digitální filtrace, a proto si zde uvedeme jen informace důležité pro ANC. Závislosti na čase t a frekvenci ω , se kterými jsme pracovali v předcházejících kapitolách, se změni v závislost na diskretním čase n (který obvykle odpovídá pořadí vzorku) a komplexní proměnné z vyplývající z transformace z ³.

2.1 FIR a IIR filtry

Digitální filtr, jehož impulsní odezva je nulová po nějakém konečném počtu kroků, se nazývá *filtr s konečnou impulsní odezvou*. O takovém filtru budeme hovořit jako o FIR filtru (podle anglického finite impulse response). Jeho výstup je dán váženým součtem I předchozích vzorků na jeho vstupu

$$y(n) = \sum_{i=0}^{I-1} g_i x(n-i), \quad (20)$$

kde g_i jsou koeficienty filtru, $x(n)$ je vstupní řada vzorků, $y(n)$ je výstupní řada vzorků a n je diskretní čas. Uvedme si základní vlastnosti FIR filtrů:

1. Pro konečné koeficienty jsou vždy stabilní.
2. Fázová odezva odpovídá prostému zpoždění a říkáme, že jejich fáze je lineární.
3. Změny frekvenční odezvy způsobené malými změnami koeficientů jsou malé a snadno predikovatelné.

³Výpočet frekvenční charakteristiky přenosové funkce LTI systému získáme dosazením $z = e^{i\omega T}$, kde T je perioda vzorkování.

Filtr, který je implementován na základě vztahu (20), se v literatuře někdy nazývá MA filtr (moving average).

Digitální filtr, jehož impulsní odezva není nikdy nulová po konečném počtu kroků, se nazývá *filtr s nekonečnou impulsní odezvou*. O takovém filtru budeme hovořit jako o IIR filtru (podle anglického infinite impulse response). Jeho výstup je dán váženým součtem I předchozích vzorků na jeho vstupu a posledních K vzorků na jeho výstupu

$$y(n) = \sum_{i=0}^{I-1} g_i x(n-i) + \sum_{k=1}^K b_k y(n-k), \quad (21)$$

kde první suma je shodná s předpisem pro FIR filtr a b_k jsou koeficienty rekurzivní části. Základní vlastnosti IIR filtrů lze shrnout do následujících bodů:

1. Nemusí být vždy stabilní.
2. Jejich fáze nemůže být lineární.
3. Malé změny koeficientů b_k mohou způsobit velké změny frekvenční odezvy.

IIR filtr, který je implementován na základě vztahu (21), se v literatuře někdy nazývá ARMA filtr (autoregressive moving average).

Základní rozdíl mezi FIR a IIR filtry spočívá v tom, že pro dosažení požadované přenosové funkce je při použití FIR filtru potřeba více koeficientů než při použití IIR filtru. Pro praktické realizace však otázka stability bývá často klíčová, proto v našich dalších úvahách budeme předpokládat FIR filtry, pokud nebude uvedeno jinak.

2.2 Adaptivní filtry

Akustické a elektroakustické parametry systému se obvykle mění, s tím se mění i odpovídající frekvenční odezvy ve schématech uvedených v kapitole 1. Z toho vyplývá, že pro dosažení nulového akustického tlaku v místě chybového mikrofону bude nutno měnit také parametry řídicího členu, který jsme u digitálních systémů předpokládali ve formě digitálního filtru. Měli být celý systém vhodný pro použití v praxi, je zřejmé, že řídicí člen by měl být schopen samostatně reagovat na změny akustických parametrů systému a proto bude realizován jako adaptivní filtr.

Nejprve předpokládejme jednoduchý systém podle obr. 7, ve kterém je referenční řada vzorků $x(n)$ zpracována adaptivním filtrem s I koeficienty g_i a výsledný signál je odečten od požadovaného signálu $d(n)$. Výsledkem je řada chybových vzorků

$$e(n) = d(n) - \sum_{i=0}^{I-1} g_i x(n-i). \quad (22)$$

Cílem je zvolit koeficienty filtru g_i tak, aby hodnoty chybových vzorků byly minimální. Nejčastěji používaným kritériem, podle kterého se hodnotí, zda jsou koeficienty filtru nastaveny

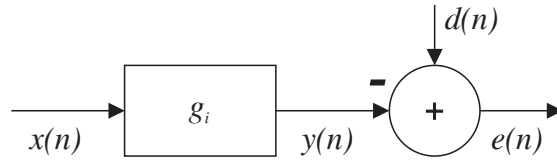


Figure 7: Schéma obecné úlohy pro digitální filtraci.

optimálně, je střední hodnota druhé mocniny chybového signálu $E[e^2(n)]$. Hledáme-li minimum této funkce⁴ vyjdeme z jejího gradientu

$$\frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial g_k} = 2E \left[e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial g_k} \right] = -2E[e(n)x(n-k)]. \quad (23)$$

Ten se musí v jejím minimu rovnat nule. Dosazením vztahu (20) do výrazu pro gradient (23) obdržíme

$$R_{xd}(k) - \sum_{i=0}^{I-1} g_i R_{xx}(k-i) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, I-1, \quad (24)$$

kde $R_{xd}(m) = E[x(n)d(n+m)]$ je vzájemná korelační funkce mezi signály $x(n)$ a $d(n)$ a $R_{xx}(m) = E[x(n)x(n+m)]$ je autokorelační funkce pro signál $x(n)$. Tímto jsme definovali soustavu rovnic, která představuje Wienerovu-Hopfovou rovnici pro diskrétní čas. Takto získané koeficienty g_i jsou optimální a filtr s těmito koeficienty se nazývá Wienerův filtr⁵.

Gradient nějaké funkce představuje vektor, který míří ve směru největší změny. Nejjednodušší metoda vyhledání optimálních koeficientů g_i se nazývá metoda největšího spádu (method of steepest descent) a je pro i -tý koeficient dána předpisem

$$g_i(n+1) = g_i(n) - \mu \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial g_i} \Big|_{g_i=g_i(n)}, \quad (25)$$

kde μ je konvergenční koeficient. Gradient v tomto vztahu můžeme upravit pomocí vztahu (23), avšak získaný postup předpokládá zdoluhavý výpočet střední hodnoty v každém kroku. Widrow a Hoff v šedesátých letech navrhli nahradit jeho výpočet jednoduchým odhadem a tím vznikl LMS algoritmus (z anglického Least Mean Squares) daný předpisem

$$g_i(n+1) = g_i(n) + \alpha e(n)x(n-i), \quad \text{pro všechna } i, \quad (26)$$

kde α je konvergenční koeficient a $g_i(n)$ je i -tý koeficient FIR filtru v čase n -tého vzorku. Schéma filtru popsaného předpisem (26) je na obrázku 8.

Konvergenční vlastnosti LMS algoritmu jsou dobře známy z mnoha oblastí použití adaptivních filtrů a pro konvergenční koeficient α se používá kritérium

$$0 < \alpha < \frac{1}{IE[x^2(n)]}, \quad (27)$$

kteří zajistí, že filtr bude konvergovat k Wienerovu filtru. Střední hodnota druhé mocniny referenčního signálu $E[x^2(n)]$ vynásobená počtem koeficientů filtru I je úměrná energii obsažené

⁴V literatuře se někdy nazývá účelová funkce (cost function) nebo chybový povrch (error surface).

⁵Podrobnosti nalezneme např. v [7, 19].

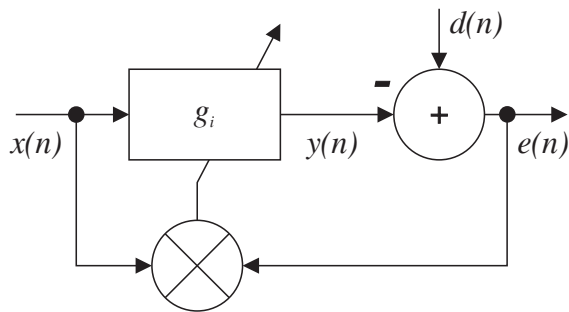


Figure 8: Adaptivní filtr s LMS adaptací.

v signálu. Konvergenční koeficient blíží se pravé straně nerovnosti (27) zajistí sice nejrychlejší dosažení optimálního filtru, ale pro prudší změny systému (např. způsobené prouděním vzduchu) může vést k nestabilitě. Proto pro praktickou realizaci bereme

$$\frac{0,01}{IE[x^2(n)]} < \alpha < \frac{0,1}{IE[x^2(n)]}. \quad (28)$$

LMS algoritmus není zdaleka jediný algoritmus, který umožňuje dosáhnout optimálního Wienerova filtru. Na tomto místě jmenujme alespoň RLS algoritmus (Recursive Least Squares), který se od LMS algoritmu liší výpočtem konvergenčního kroku v každé iteraci. To způsobí, že RLS algoritmus konverguje stejně rychle pro různé typy signálů [19] a jednotlivé kroky adaptace míří přímo do minima kritéria (23). Nevýhodou tohoto algoritmu je však především vyšší výpočetní náročnost. Některé poslední studie také ukázaly, že tento algoritmus má horší výsledky pro nestacionární signály.

Pro úplnost zde uveďme ještě rekurzivní LMS algoritmus (někdy značený RLMS), který je obdobou LMS pro rekurzivní část IIR filtrů. Je dán předpisem

$$b_i(n+1) = b_i(n) + \beta e(n)y(n-i), \quad \text{pro všechna } i, \quad (29)$$

kde β je konvergenční koeficient a $b_i(n)$ je i -tý koeficient IIR filtru v čase n -tého vzorku. Konvergenční koeficient β se obvykle volí desetkrát menší než α .

2.3 Použití LMS algoritmu pro ANC v potrubí

V tomto odstavci se zabýváme použitím uvedených algoritmů při potlačování hluku šířeného zvukovodem či potrubím. Nejprve budeme předpokládat situaci znázorněnou na obr. 1 v kapitole 1. Předpokládejme, že koeficienty filtru jsou aktualizovány se stejnou frekvencí, s jakou jsou sbírány vzorky A/D převodníkem na vstupu řídicího členu. Tedy po odebrání nového vzorku a výpočtu nového výstupního vzorku jsou také spočteny nové koeficienty podle vztahu (26) (ev. vztahu (29)).

Předpokládejme, že diskrétní systém je popsán schématem na obr. 9 (který je obdobou systému podle obr. 2). Přenosová funkce primární cesty $P(z)$ v sobě zahrnuje akustický přenos od primárního snímače k chybovému mikrofonu, ale také elektrické vlastnosti obou snímačů a eventuální elektroniky⁶. I když je možné jednotlivé přenosy s různou přesností měřit nebo predikovat, o primární cestě předpokládejme, že je neznámá (ne však libovolná).

⁶O těchto přenosových funkcích v celém textu předpokládáme, že jsou lineární.

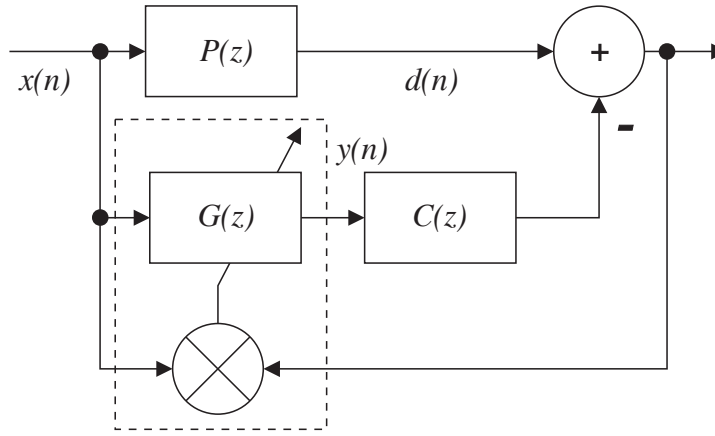


Figure 9: Blokové schéma jednoduchého ANC systému s LMS adaptací.

Porovnáním se shodným schématem v minulé kapitole vidíme, že adaptivní filtr $G(z)$ pro dosažení nulové hodnoty chybového signálu musí modelovat primární cestu $P(z)$ a převrácenou hodnotu chybové cesty $C(z)$ a tedy optimálně je popsán vztahem

$$G(z) = \frac{P(z)}{C(z)}. \quad (30)$$

Jsou-li přenosové funkce primární a chybové cesty racionální funkce, pak i přenosová funkce $G(z)$ bude racionální. Pokud je adaptivní filtr realizován jako FIR filtr, je k dobré aproximaci funkce $1/C(z)$ potřeba, aby jeho řád (počet koeficientů) byl dostatečný. Princip kauzality přidává další důležité omezení: není možné kompenzovat širokopásmový šum (tj. náhodný signál), pokud zpoždění způsobené elektroakustickými a elektrickými členy v sekundární cestě není menší než zpoždění v primární (akustické) cestě. Vzdálenost mezi referenčním snímačem a sekundárním zdrojem je nutno volit tak, aby tato podmínka byla splněna⁷. Zařazení chybové cesty $C(z)$ za adaptivní filtr $G(z)$ představuje změnu proti klasickému LMS algoritmu odvozenému v odstavci 2.2, která má vliv na konvergenci a tím i na stabilitu celého systému. Zde si uvedeme dvě řešení tohoto problému.

2.3.1 FXLMS algoritmus

První řešení výše zmíněného problému je znázorněno na obr. 10. Princip spočívá v tom, že signál je v rámci digitálního zpracování filtrován nejen adaptivním filtrem $G(z)$, ale také kompenzačním filtrem $\hat{C}^{-1}(z)$, jehož přenosová funkce je inverzní k $C(z)$.

Požadavky na kompenzační filtr vyplývají z přenosových funkcí elektronických částí systému (především reproduktoru) a pro některé konfigurace jej nemusí být možné realizovat. Tato jednoduchá varianta pracuje velmi dobře pro harmonické signály, kdy stačí dosáhnout dostatečné shody pro diskrétní frekvence⁸. Další varianty řešení na tomto principu, včetně uvažování zpětné vazby, jsou popsány v [7].

⁷Odhad minimální vzdálenosti pro zvukovod pod mezní frekvencí najdeme např. v [7].

⁸Naše experimenty ukázaly, že fáze musí být nastavena podobně jako pro FXLMS s chybou pouze menší než $\pm\pi/2$.

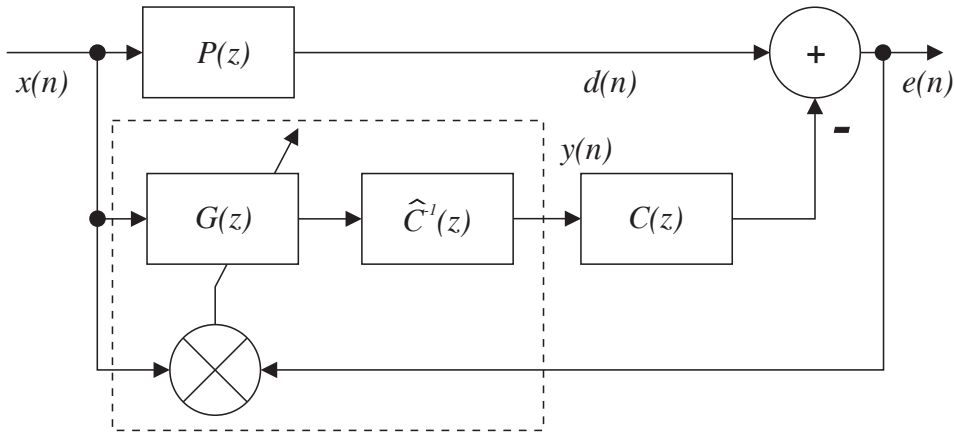


Figure 10: Jednoduchý ANC systém s kompenzací chybové cesty.

Druhé řešení problému zmíněného na konci minulého odstavce navrhl Widrow (viz např. [16]) a nezávisle na něm Burgess [20] a je schématicky znázorněno na obr. 11. Aby byla zajištěna konvergence LMS algoritmu, je referenční signál $x(n)$ profiltrován filtrem odpovídajícím odhadu chybové cesty. Tato metoda je označována FXLMS podle anglického filtered- x LMS. Důvody, které vedly k tomuto řešení jsou přehledně shrnuty v [15]. Výsledkem je, že pro LMS adaptaci je použit nový referenční signál $x'(n)$ a koeficienty filtru jsou dány předpisem

$$g_i(n+1) = g_i + \alpha e(n)x'(n-i). \quad (31)$$

Tento algoritmus je navíc velmi tolerantní vůči přesnosti odhadu přenosové funkce $\hat{C}(z)$. Morgan např. ukázal, že při dostatečně pomalé adaptaci algoritmus konverguje i pro odhady, jejichž fáze se od skutečné liší o téměř 90° .

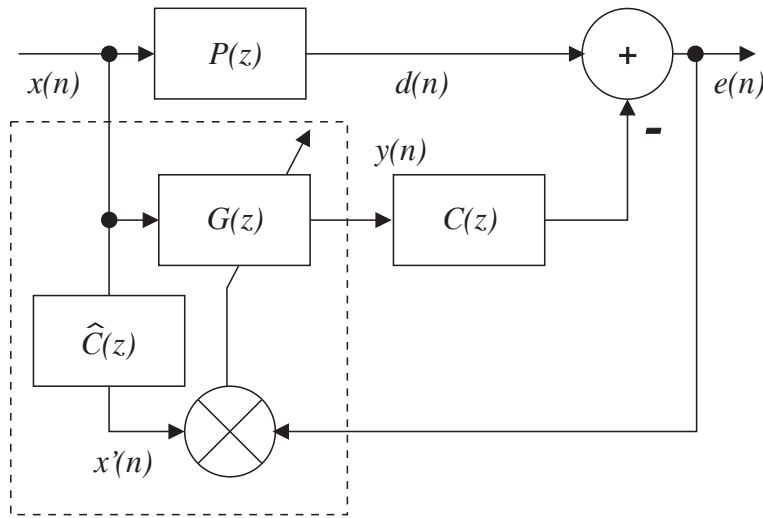


Figure 11: ANC systém využívající FXLMS algoritmus.

Ukazuje se, že ANC systém založený na FXLMS podle obr. 11 je vhodný pro aktivní snižování širokopásmového hluku pod mezní frekvenci s tím, že je třeba splnit výše zmíněné

požadavky na kauzalitu. Potlačování šumu nad mezní frekvencí není možné realizovat jednokanálovým systémem [15, 21, 23].

2.3.2 Off-line identifikace

Zabývejme se nyní metodami získání odhadu přenosové funkce $\hat{C}(z)$, která je nezbytná pro dobrou konvergenci FXLMS algoritmu. Jedna z možných metod je znázorněna na obr. 12. Dříve než je spuštěn samotný adaptivní algoritmus pro potlačování nežádoucího hluku, proběhne fáze učení, ve které se změří přenosová funkce $\hat{C}(z)$. Protože fáze učení probíhá odděleně od aktivního tlumení, nazývá se tento způsob identifikace systému off-line.

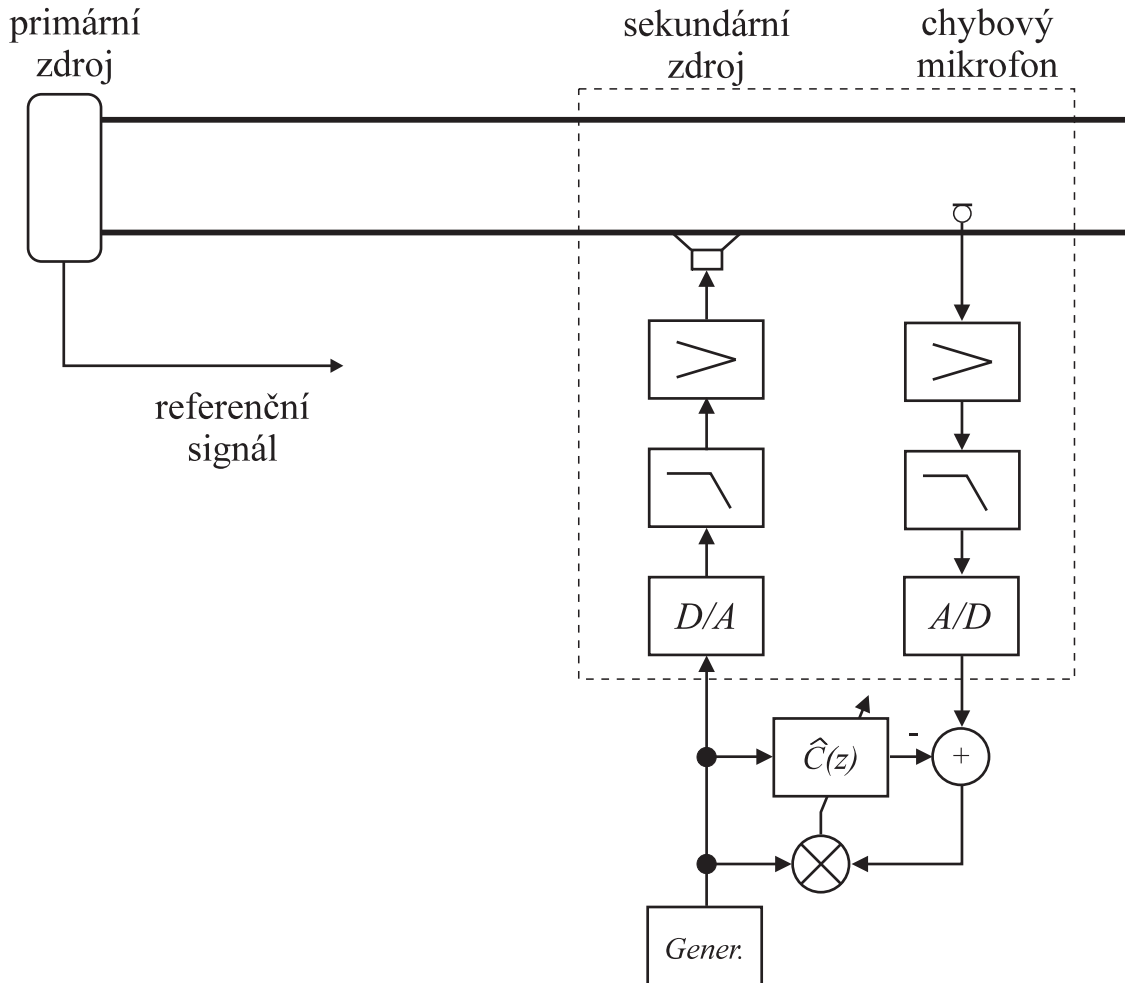


Figure 12: Adaptivní off-line identifikace.

Z obr. 12 je patrné, že do přenosové funkce chybové cesty přispívají A/D a D/A převodníky, antialiasingový filtr chybového mikrofону a rekonstrukční filtr sekundárního zdroje, zesilovače, přenosové funkce elektroakustických měničů a akustická přenosová cesta. Použijeme-li jako zdroj identifikačního signálu zdroj bílého šumu⁹, bude adaptivní filtr pomocí klasického

⁹Někdy se také využívá pásmový šum nebo šum profiltrovaný filtrem, který odpovídá antialiasingovým filtrům v systému. Vhodné se jeví také MLS signály.

LMS konvergovat k potřebnému odhadu přenosové funkce $\hat{C}(z)$. Jeho koeficienty pak stačí překopírovat do filtru ve schématu FXLMS (obr. 11).

Vyhledem k nízkým požadavkům na přesnost určení přenosové funkce chybové cesty může být fáze učení poměrně krátká. Na případné změny charakteristik jednotlivých členů však není schopen reagovat. Je tedy po nějakém čase třeba zopakovat fázi učení. Systém využívající off-line identifikace představila v komerčním provedení firma Digisonix, která do svého řídicího algoritmu zakomponovala také zesilování a zeslabování identifikačního šumu v závislosti na konvergenčních vlastnostech adaptivního filtru.

Mění-li se přenosová funkce chybové cesty (především její fáze) s časem významněji, nebude takto navržená off-line identifikace vhodná. Druhou nevýhodou této metody je, že ve fázi učení přidává do systému další hluk.

2.3.3 On-line identifikace

Na rychlejší změny chybové cesty musí systém reagovat v reálném čase. K tomu je vhodná on-line identifikace, která probíhá souběžně s aktivním tlumením pomocí adaptivního filtru $G(z)$. Nejjednodušší metoda on-line identifikace je znázorněna na obr. 13. Výstup z adaptivního filtru $G(z)$ slouží také jako referenční signál pro druhý LMS algoritmus, který zajišťuje adaptaci přenosové funkce $\hat{C}(z)$. Vytváří tak odhad $\hat{y}'(n)$, který se sčítá s chybovým signálem $e(n)$ a výsledek se pak pomocí tohoto LMS minimalizuje. Výsledné koeficienty filtru se pak překopírují do tlumícího algoritmu.

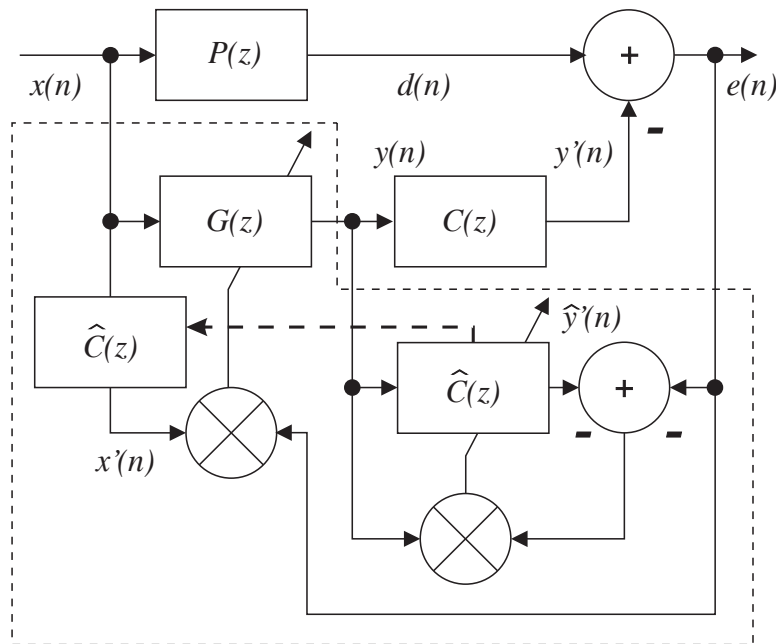


Figure 13: Jednoduchá adaptivní on-line identifikace navržená Widrowem a Stearnsem [16].

Takto navržené řešení má jednu výraznou nevýhodu: Jak z podrobnější analýzy [15], tak přímo z obr. 13 vyplývá, že identifikační LMS algoritmus může konvergovat k triviálnímu řešení $\hat{C}(z) = 0$. Tento nedostatek lze odstranit přidáním nekorelovaného šumu k signálu $y(n)$, tím se nám vrátí jedna z nevýhod off-line identifikace.

S nárůstem výpočetního výkonu používaných řídicích členů se jako optimální zdá metoda, která vychází z celkového adaptivního modelování. Její princip je schematicky znázorněn na obr. 14.

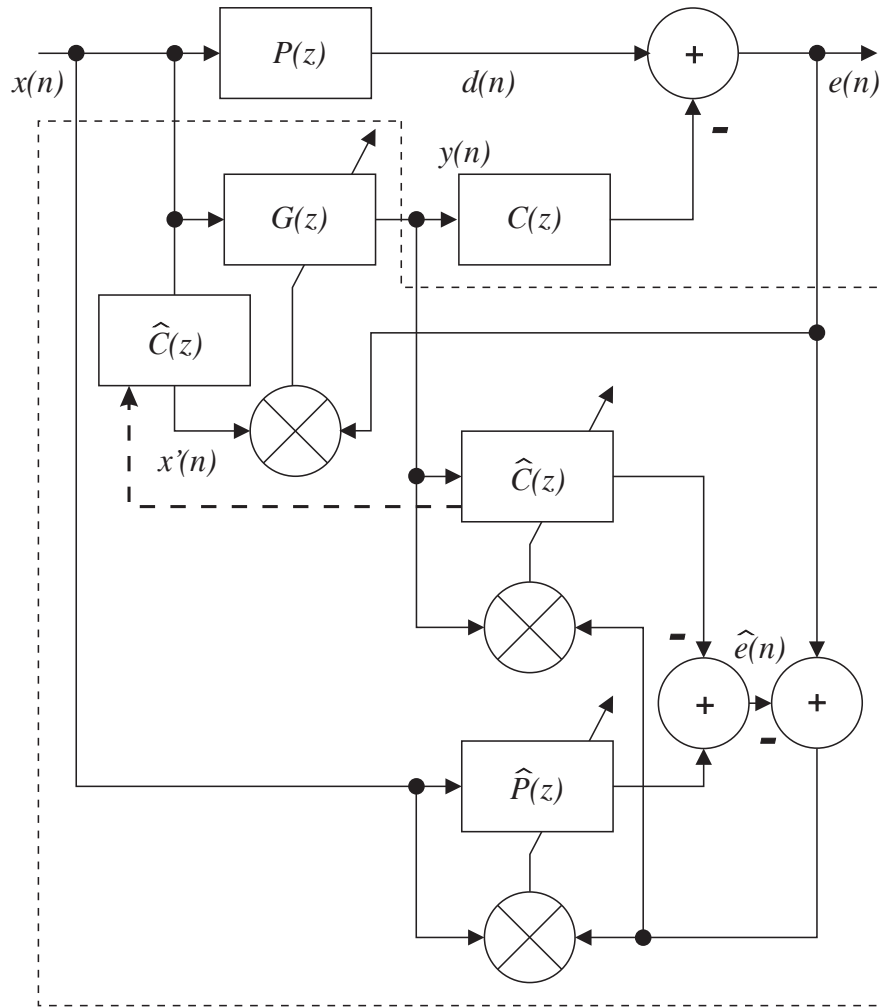


Figure 14: Úplná adaptivní on-line identifikace.

Celý ANC systém obsahuje tři adaptivní filtry využívající LMS. Kromě hlavního filtru $G(z)$ jsou zde další dva filtry, z nichž první modeluje primární cestu $P(z)$ a druhý chybovou cestu $C(z)$. Součet signálů procházející těmito odhady primární a chybové cesty je odhadem chybového signálu $\hat{e}(n)$. Rozdíl skutečného a odhadnutého chybového signálu je vhodný signál pro adaptaci obou pomocných LMS. Stabilita tohoto algoritmu závisí na konvergenčních koeficientech jednotlivých LMS a na počátečních hodnotách adaptivních filtrů. Obecně lze říci, že hlavní adaptivní filtr $G(z)$ by měl konvergovat nejpomaleji.

Řídicí člen využívající obdobného algoritmu byl použit v experimentální části této práce a jeho modifikaci najdeme také např. v [17].

2.3.4 Kompenzace akustické zpětné vazby

V odstavci 1.1.2 minulé kapitoly jsme se zabývali problémy spojenými s akustickou zpětnou vazbou. Pro správnou funkci FXLMS algoritmu je třeba vliv této zpětné vazby minimalizovat. Vliv akustické zpětné vazby lze kompenzovat přidáním vhodného filtru do řídicího členu. Schéma takového systému je na obr. 15.

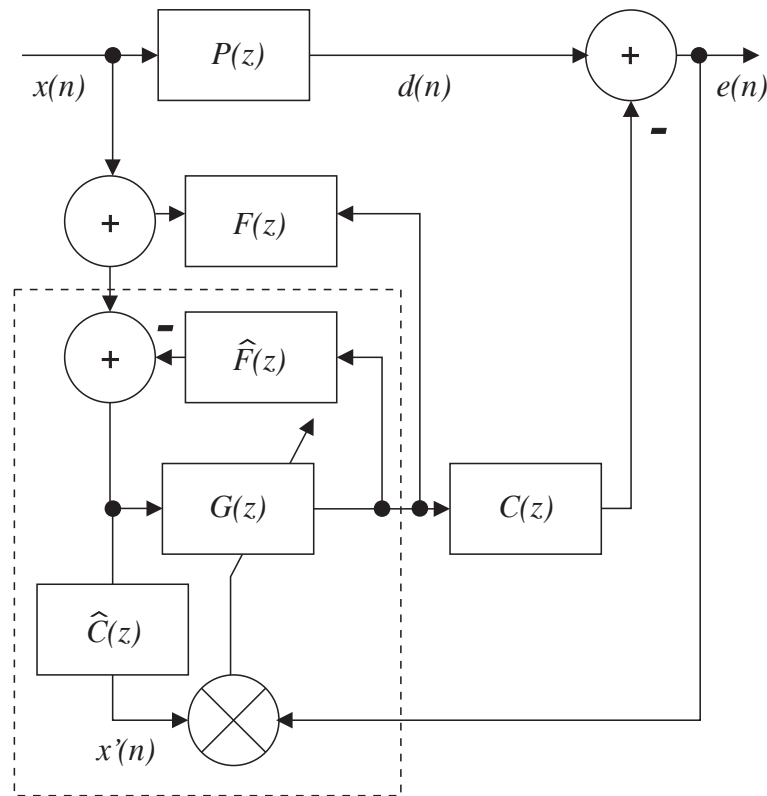


Figure 15: Metoda kompenzace akustické zpětné vazby.

Takto sestavený systém vyžaduje odhad zpětné vazby $\hat{F}(z)$, který lze získat například pomocí off-line identifikace shodně s identifikací chybové cesty (viz obr. 12). Existují návrhy systémů, které provádějí obě identifikace najednou.

Off-line identifikace zpětné vazby má stejné nevýhody jako off-line identifikace chybové cesty. Nabízejí se různá řešení na pasivním principu, která využívají směrových vlastností jak referenčního snímače, tak sekundárního zdroje. Směrovost lze také zajistit pomocí polí snímačů, resp. sekundárních zdrojů. Jednu z variant sekundárního zdroje vyzařujícího pouze ve směru od primárního zdroje navrhl Swinbanks a její fyzikální princip spočívající v dvojici sekundárních zdrojů je shrnut v úvodní kapitole. Chování většího počtu sekundárních zdrojů modelovali Guicking a Freienstein [14]. Nevýhodou tohoto řešení je, že účinnost takového zařízení je závislá na vzdálenosti sekundárních zdrojů (která je závislá na rozměrech použitých měničů) a je obtížné vytvořit zdroj s dobrou směrovostí v dostatečně širokém frekvenčním pásmu. Hamada navrhnul použití dvou referenčních mikrofonů, kdy druhý identický referenční mikrofon je umístěn na druhé straně sekundárního zdroje ve stejné vzdálenosti. V praxi se však ukázalo, že eventuální nesymetrie v akustickém či elektroakustickém přenosu znemožňuje

konvergenci k optimálním koeficientům filtru $G(z)$. Nejjednodušší částečné potlačení zpětné vazby se dá realizovat pomocí pasivního tlumiče zařazeného mezi referenční snímač a sekundární zdroj a pro mnoho aplikací se jeví jako dostatečné.

References

- [1] Jessel, M.J.M., Traduction du principe de Huygens en acoustique linéaire, *Compte Rendus Acad. Sci. Paris*, Vol. 262, 1321-1324, 1966.
- [2] Olson, H.F., May, E.G., Electronic Sound Absorber, *J. Acoustical Soc. Am.*, 25(6), 1130-1136, 1953.
- [3] Munjal, M.L., *Acoustics of Ducts and Mufflers*, John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [4] Mason, V., Some experiments on the propagation of sound along a cylindrical duct containing flowing air, *J. Sound Vib.*, **10**(2), 208-226, 1969.
- [5] Pierce, A.D., *Acoustics - An Introduction to Its Physical Principles and Applications*, Acoustical Society of America, New York, 1991.
- [6] Kvasnica, J., *Matematický aparát fyziky*, Academia, Praha, 1989.
- [7] Nelson, P.A., Elliott, S.J., *Active Control of Sound*, Academic Press, London, 1992.
- [8] Tokhi, M.O., Leitch, R.R., *Active Noise Control*, Oxford University Press, New York, 1992.
- [9] Angevine O.L., Active Systems for Attenuation of Noise, *Int. J. of Active Control*, 1(1), 65-78, 1995.
- [10] Tichý, J., Applications for active control of sound and vibration, *Proc. of Inter-Noise'95*, 17-28, Newport Beach, 1995.
- [11] Elliott, S.J., Nelson, P.A., Active Noise Control, *IEEE Signal Processing Magazine*, 12-35, October 1993.
- [12] Winkler, J., Elliott, S.J., Adaptive Control of Broadband Sound in Ducts Using a Pair of Loudspeakers, *Acustica*, **81**, 475-488, 1995.
- [13] Swinbanks, M.A., The active control of sound propagating in long ducts, *J. Sound Vib.*, **27**, 411-436, 1973.
- [14] Guicking, D., Freienstein, H., Broadband active sound absorption in ducts with thinned loudspeaker arrays, *Proc. of ACTIVE 95*, 371-382, Newport Beach (USA), 1995.
- [15] Kuo, S.M., Morgan, D.R., *Active Noise Control System - Algorithms and DSP Implementations*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [16] Widrow, B., Stearns, S.D., *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1985.

- [17] G.C. Lauchle, J.R. MacGillivray, D.C. Swanson, "Active control of axial-flow fan noise", *J. Acoust. Soc. Am.*, **101**(1), 341-349, 1997.
- [18] Irrgang, S., "Optimisation of active absorbers in rectangular ducts", *Proc. of Active 97*, 255-264, Budapest, 1997.
- [19] Uhlíř, J., Sovka, P., *Číslíkové zpracování signálů*, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1995.
- [20] Burgess, J.C., "Active adaptive sound control in a duct: A computer simulation", *J. Acoust. Soc. Am.*, **70**, 715-726, 1981.
- [21] Zander, A.C., Hansen, C.H., "Active control of higher-order acoustic modes in ducts", *J. Acoust. Soc. Am.*, **92**(1), 244-257, 1992.
- [22] Wu, Z., Varadan, V.K., Varadan, V.V., "Time-domain analysis and synthesis of active noise control system in ducts", *J. Acoust. Soc. Am.*, **101**(3), 1502-1511, 1997.
- [23] Joseph, P., Nelson, P.A., Fisher, M.J., "Active control of turbofan radiation using an in-duct error sensor array", *Proc. of Active 97*, 273-286, Budapest, 1997.
- [24] Laugesen, S., Johannesen, P.T., "Experimental study of an active control system for multimodal sound propagation in ducts", *Proc. of Active 95*, 441-450, Newport Beach, 1995.
- [25] Bai, M.R., Wu, T., "Study of the acoustic feedback problem of active noise control by using the l_1 and l_2 vector space optimization approaches", *J. Acoust. Soc. Am.*, **102**(2), 1004-1012, 1997.
- [26] Bai, M., Chen, H., "A modified H_2 feedforward active control system for suppressing broadband random and transient noises", *J. Sound and Vibration*, **198**(1), 81-94, 1996.
- [27] O. Jiříček, P. Koníček, "Basic study of ANC in an acoustic wave-guide", *Proc. of Active 97*, Budapest, 265-272, 1997.
- [28] O. Jiříček, P. Koníček, "An experimental study of active control in a duct", *Proc. of Noise-Con 97*, State College, pp. 93-100, 1997.
- [29] O. Jiříček, P. Koníček, "Zkušenosti s aktivním snižováním hluku v potrubí", *Sborník - 55. akustický seminář*, Kouty, 53-62, 1997.
- [30] O. Jiříček, "Strategie snižování hluku šířeného potrubím", *Sborník - 56. akustický seminář*, Jetřichovice, 16-21, 1997.
- [31] Jiříček, O.: *Aktivní snižování hluku v potrubí*, Habilitační práce, ČVUT, 1998.
- [32] Jiříček, O., *Aktivní snižování vyšších módů v potrubí*, *Proc. of 36th Conference on Acoustics/60. akustický seminář*, 34-41, Kouty, 2000.